Jacek Piotrowski

Richarda Couranta intuicja konstruktywna

Wstęp

W styczniu 2017 roku minęła czterdziesta piąta rocznica śmierci Richarda Couranta, nieco zapomnianego matematyka niemiecko-amerykańskiego. Urodził się w 1878 roku w Cesarstwie Niemieckim pod koniec rządów cesarza Wilhelma I Hohenzollerna w żydowskiej rodzinie w Lublińcu. Co ciekawe, trzy lata później urodziła się we Wrocławiu Edyta Stein – fenomenolożka i zakonnica, przyszła święta kościoła katolickiego i patronka Lublińca. Zestawienie tych dwóch postaci nie jest przypadkowe: Stein i Courant byli blisko spokrewnieni (matka Edyty była z domu Courant). W 1908 roku R. Courant został w Getyndze asystentem wielkiego i słynnego Davida Hilberta. W 1920 roku został dyrektorem Instytutu Matematyki Uniwersytetu w Getyndze. Po 1933 roku w wyniku dojścia nazistów do władzy w Niemczech Courant musiał opuścić Getyngę i Niemcy. Ostatecznie osiadł w Nowym Jorku, a Instytut Nauk Matematycznych Uniwersytetu Nowojorskiego nosi jego imię (Courant Institute of Mathematical Sciences).

W latach czterdziestych ubiegłego stulecia razem z Herbertem Robbinsem napisał książkę, która przyniosła mu rozgłos i uznanie – *Co to jest matematyka?*. Na okładce amerykańskiego oraz polskiego wydania z lat 90. ubiegłego wieku umieszczono opinię Einsteina o tej książce: „Błyskotliwa opowieść o podstawowych pojęciach i metodach matematyki”[1]. Hermann Weyl – fizyk, matematyk, filozof pisał z kolei: „Dzieło wysokiej perfekcji… Zadziwiające, do jakiego stopnia autorom książki udało wyjaśnić za pomocą najprostszych przykładów wszystkie podstawowe idee i metody, które tworzą krwioobieg naszej nauki”[2]. Richard Courant w przedmowie do pierwszego amerykańskiego wydania wyraźnie określił, jaki był podział zadań w pisaniu: „[…] odpowiedzialność za układ książki i ujęcie filozoficzne ponosi niżej podpisany, natomiast ewentualne jej zalety są również zasługą Herberta Robbinsa”. Courant uczynił to, czym więk-

[1] R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, Warszawa 1998.
[2] R. Courant, H. Robbins, *What is Mathematics?*, New York, Oxford 1996.

szość matematyków, uwikłanych w szczegóły techniczne dowodów i definicji, się nie zajmuje. Tłumacząc razem z Robbinsem zawiłości matematyki, zajął się też pytaniami z zakresu filozofii matematyki. Podobne podejście do matematyki powtórzył w artykule *Matematyka w świecie współczesnym*, który ukazał się razem z innymi artykułami w „Scientific American" we wrześniu 1964 roku[3]. Co prawda, artykuły sprzed ponad pięćdziesięciu lat poświęcone maszynom liczącym, jak wtedy nazywano komputery, mogą wydawać się anachroniczne, ale reszta nie straciła na świeżości.

Spróbuję przybliżyć czytelnikowi podejście do podstaw matematyki tego wybitnego matematyka, będącego świadkiem rozwoju dwudziestowiecznej matematyki, którą – co trzeba podkreślić – sam tworzył. Podejście filozoficzne Couranta jest oczywiście subiektywne, gdyż w filozofii obiektywne są raczej pytania. Zanim uczynię to, co powyżej obiecałem, przedstawię pokrótce główne nurty w filozofii matematyki, na które Courant się powoływał, i z którymi polemizował.

Nurty w filozofii matematyki

Czym jest filozofia matematyki? To dziedzina z pogranicza filozofii i matematyki rozwiązująca problemy, z którymi matematycy sobie nie radzą lub nie przywiązują do nich większej wagi. Filozofia matematyki zajmuje się stawianiem pytań i próbą odpowiedzi na nie, korzysta z logiki matematycznej i podstaw matematyki oraz z narzędzi, jakimi dysponuje filozofia. Pytania, które stawia filozofia matematyki z filozoficznego punktu widzenia, można podzielić na dwie grupy: pytania ontologiczne i epistemologiczne. Pierwszym pytaniem ontologicznym, stawianym przez filozofię matematyki, jest pytanie o status obiektów matematycznych. Czym są liczby, zbiory, figury geometryczne, funkcje? Jedno pytanie generuje następne. Czy obiekty matematyczne istnieją naprawdę, niezależnie od istnienia kogokolwiek, kto o nich myśli, czy istnieją tylko w umyśle matematyka? Jeśli już uporamy się z pytaniami ontologicznymi, to rodzą się pytania epistemologiczne o sposób poznawania obiektów matematycznych. Czy metody poznania mają być empiryczne, rozumowe, intuicyjne? Lista pytań jest bardzo długa. Próby odpowiedzi na te pytania mają długą historię, bo aż dwa i pół tysiąca lat.

Początek refleksji filozoficznej nad matematyką sięga VI wieku przed naszą erą, gdy działała grupa pitagorejczyków. Zapoczątkowali oni rozwój matematyki jako nauki, a nie zbioru algorytmów wykorzystywanych przez skrybów, rachmistrzów i geometrów.

[3] *Matematyka w świecie współczesnym. Zbiór artykułów z »Scientific American«*, Warszawa 1966.

Sokrates (470–399 p.n.e.), nauczyciel Platona, matematykiem nie był i nie przejawiał nią zainteresowania. Natomiast jego metoda dochodzenia do prawdy przetrwała w pamięci potomnych 2300 lat oraz silnie oddziaływała na starożytnych greckich filozofów i matematyków. Platon jako pierwszy stworzył spójny, całościowy system filozoficzny opierający się na dualizmie świata idei i świata rzeczywistego, będącego tylko cieniem świata idealnego. Dla Platona obiekty matematyczne były elementami świata idei a ich poznanie było dostępne poprzez rozumowy sposób poznania – διάνοια. Ponieważ idee są wieczne, a razem z nimi obiekty matematyczne, to zadaniem matematyka jest te obiekty odkrywać, a nie tworzyć. Platon też uważany jest za twórcę metody aksjomatycznej.

Arystoteles (384–322 p.n.e.) nie uznawał świata idei Platona i uważał, że istota rzeczy – forma tkwi w samej rzeczy. Zadaniem matematyka jest tę istotę wydobyć z rzeczy w procesie idealizacji. Tak jak mityczny rzeźbiarz Pigmalion wydobywa kształt (formę) Galatei z bryły marmuru, tak matematyk z narysowanych na papierze kwadratów abstrahuje formę kwadratu. Arystoteles wprowadził też do filozofii pojęcie nieskończoności, którą rozumiał w dwojaki sposób: jako nieskończoność potencjalną i nieskończoność aktualną.

Euklides z Aleksandrii (365–300 p.n.e.) czerpał z dorobku zarówno Platona, jak i Arystotelesa. Dziełem, które przez 2000 lat kształtowało sposób uprawiania matematyki, są jego *Elementy*. Postępowanie Euklidesa zaprezentowane w *Elementach* polega na ściśle logicznym wyprowadzaniu twierdzeń z układu definicji, postulatów i aksjomatów. Metoda aksjomatyczno-dedukcyjna, stosowana przez Euklidesa, a oparta na wnioskowaniu typu *modus ponendo ponens* (łac.: „sposób potwierdzający przez potwierdzenie”), pozwoliła matematyce uniezależnić się od świata zewnętrznego. *Elementy* Euklidesa na dwa tysiące lat ustaliły wzorzec postępowania matematycznego, który mimo licznych wad pozwolił rozwijać się matematyce jako nauce.

Spór między Platonem a Arystotelesem rozgorzał na nowo w średniowieczu w postaci sporu o uniwersalia – powszechniki. Platon uważał, że takie pojęcia ogólne jak liczba, kwadrat, prosta, punkt należą do świata idei i istnieją niezależnie od przedmiotów jednostkowych. Takie stanowisko nazywamy skrajnym realizmem pojęciowym. Arystoteles zajmował stanowisko mniej skrajne i głosił, że uniwersalia istnieją obiektywnie, ale jako cechy konkretnych jednostkowych przedmiotów. Pojęcie kwadratu istnieje, ale jako wspólna cecha wszystkich narysowanych kwadratów. Jest to umiarkowany realizm pojęciowy. W średniowieczu pojawił się konceptualizm stworzony przez Johannesa Roscelina

(1050–1124), według którego uniwersalia istnieją tylko w ludzkim umyśle. Bardziej skrajne stanowisko zajął Wilhelm Ockham (1288–1347), który głosił, że nie istnieją żadne uniwersalia ani pojęcia ogólne. Według Ockhama istnieją tylko przedmioty jednostkowe, którym odpowiadają istniejące nazwy. Stanowisko takie zostało nazwane nominalizmem. Platonizm, neokonceptualizm, neonominalizm są pokłosiem dawnym sporów, a obecnie pojawiają się we współczesnej filozofii matematyki.

René Descartes (1596–1650) jest następnym filozofem, który wywarł przemożny wpływ na rozwój matematyki i jej metodologii. Descartes uważał, że w matematyce należy używać metod analitycznych oraz metodę rozumowania oprzeć na dedukcji i indukcji. Młodszy od Descartesa Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) był filozofem i matematykiem, którego zasługi dla rozwoju matematyki trudno przecenić. Oprócz matematyki Leibniz zajmował się też filozofią matematyki. Marzyło mu się stworzenie języka uniwersalnego, w którym można by wyrażać i rozwiązywać problemy naukowe, nie tylko matematyczne. Leibniz wprowadził podział prawd na prawdy rozumu i prawdy faktyczne, które znów podzielił na prawdy pierwotne i prawdy pochodne. Prawdy pierwotne Leibniza to prawdy poznawane przez intuicję i jako takie niepotrzebujące uzasadnienia. Prawdziwość prawd rozumowych gwarantują nam prawa logiki. Aksjomaty i twierdzenia matematyczne to prawdy rozumowe, więc nie trzeba ich uzasadniać, są prawdziwe wszędzie i zawsze.

Ponad sto lat młodszy od Leibniza Immanuel Kant (1724–1804) utrzymał podział zdań wprowadzony przez swojego poprzednika. Kant dzieli zdania na analityczne i syntetyczne, a z drugiej strony na zdania *a priori* i *a posteriori*. Zdania syntetyczne *a priori* samotnik z Królewca dzielił na intuicyjne i dyskursywne. Czym więc są twierdzenia matematyki? Według Kanta są to intuicyjne zdania syntetyczne *a priori*. Filozofowie matematyki XIX i XX wieku będą często powoływać się na poglądy Kanta.

Współczesne prądy filozoficzne w matematyce kształtowały się w ciągu około pięćdziesięciu lat na przełomie wieku XIX i XX. Prądy filozoficzne, które się wówczas ukształtowały, a których tworzenie obserwował Richard Courant, dają różne odpowiedzi na część pytań stawianych przez filozofów i matematyków. W tym czasie uwidocznił się też kryzys związany z antynomiami teorii mnogości i sposobami ich rozwiązania. Okazało się też, że metoda aksjomatyczno-dedukcyjna może też dać wyniki niejednoznaczne. Prądy, które się wtedy ukształtowały to: logicyzm, intuicjonizm i inne prądy konstruktywistyczne oraz formalizm.

Logicyści głoszą, że całą matematykę można sprowadzić do logiki. Nietrudno znaleźć w logicyzmie nawiązanie do Platona, Arystotelesa i Euklidesa poprzez metodę aksjomatyczno-dedukcyjną. Rozwój logicyzmu jest ściśle związany z jednej strony z powstaniem nowoczesnej logiki matematycznej (Frege), a drugiej z arytmetyzacją matematyki klasycznej (Peano)[4]. Wszystkie twierdzenia matematyki starano się, posługując się definicjami i regułami logicznymi, zredukować do logiki, bez zdawania się na naturalną intuicję. Głównymi twórcami klasycznych wersji logicyzmu byli Gottlob Frege (1848–1925) i Bertrand Russell (1872–1970).

Twórcą intuicjonizmu był holenderski matematyk Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881–1966). Intuicjoniści powoływali się na Arystotelesa, Euklidesa, ale też na Kanta, gdyż według nich umysł formułuje o przedmiotach matematycznych sądy syntetyczne *a priori*. Głównym przedmiotem krytyki intuicjonistów było pojęcie nieskończoności i związków między tym, co dyskretne a tym, co ciągłe. Intuicjoniści uważali, że pewne własności prostych obiektów matematycznych są nam dane przez intuicję. Negowali też niektóre aksjomaty logiki, a zwłaszcza prawo wyłączonego środka. Oznaczałoby to tyle, że fałszywość zdania p wcale nie musi pociągać za sobą prawdziwości zdania $\neg p$. Odrzucali również użycie kwantyfikatorów ogólnych o nieograniczonym zakresie, dopatrując się w nich źródeł antynomii. Intuicjonizm jako jeden z prądów konstruktywistycznych narzuca konstrukcyjne dowody istnienia. Inne prądy konstruktywistyczne pozwolę sobie tylko wymienić; są to: finityzm (Leopold Kronecker, Thoralf Skolem), ultrafinityzm, predykatywizm (Bertrand Russell, Henri Poincaré), matematyki rekurencyjne, konstruktywizm Bishopa[5].

Twórcą formalizmu jest wspominany już David Hilbert. Sprzeciwiał się on pomysłom intuicjonistów, powodujących uznanie wielu działów matematyki za niepełnowartościowe. Matematyka ma mieć formalną bazę w postaci teorii mnogości, która może być inspirowana naturalnym doświadczeniem intuicyjnym, ale musi być formułowana wyłącznie w kategoriach definicji teoriomnogościowych i dowodów formalnych. Hilbert podzielił matematykę na dwa obszary: matematykę finitystyczną, w której obiekty matematyczne są jasno określone, i matematykę infinitystyczną, gdzie używamy pojęcia nieskończoności aktualnej, będącą ideą czystego rozumu w sensie kantowskim. Pojęcie nieskończoności ma być pojęciem niesprzecznym i potrzebnym w matematyce

[4] B. Russell, *Wstęp do filozofii matematyki*, Warszawa 1958, s. 15.
[5] R. Murawski, *Filozofia matematyki*, Poznań 2013, s. 90–96.

do uzupełnienia tego, co konkretne i skończone. Hilbert zaproponował cały program badań, polegający na formalizacji matematyki oraz udowodnieniu niesprzeczności matematyki infinitystycznej.

Ian Stewart tak pisze o tych trzech nurtach: „(…) w tym okresie historii matematyki pojawiły się nowe sposoby myślenia, które można było stosować nie tylko do sytuacji obecnych w naturze, ale także do systemów opisywanych wyłącznie w kategoriach ich formalnie określonych zastosowań, kładąc nacisk na różne aspekty matematyki”[6].

Richarda Couranta poglądy na matematykę

Richard Courant uważał matematykę za integralną część nauki, która czerpie inspiracje z innych nauk i dziedzin wiedzy, a zwłaszcza z fizyki. Jednocześnie uważał, że relacje zależności tych obszarów wiedzy ludzkiej są symetryczne. W książce *The Parsimonious Universe* autorzy cytują takie słowa Richarda Couranta: „empiryczny dowód nie może ustanowić matematycznego istnienia, a potrzeba wykazania tegoż istnienia, żądana przez matematyka, nie może być przez fizyka lekceważona jako bezużyteczna ścisłość. Tylko matematyczny dowód istnienia gwarantuje, że matematyczny opis zjawiska ma sens”[7]. W innym miejscu Courant pisze, że „celem matematyki jest postępująca abstrakcja, logicznie ścisła dedukcja oparta o aksjomaty, i coraz szersze uogólnienie. Taka charakteryzacja podaje prawdę, ale niecałą; jest ona bardzo jednostronna, stanowi niemal karykaturę żywej rzeczywistości. Przede wszystkim matematyka nie ma monopolu na abstrakcję. Pojęcia masy, prędkości, siły, napięcia i natężenia prądu są to wszystko abstrakcyjne idealizacje rzeczywistości fizycznej. Pojęcia matematyczne, takie jak punkt, przestrzeń, liczba i funkcja, są tylko nieco bardziej abstrakcyjne”[8]. Pytanie, które się nasuwa, to pytanie o statut ontologiczny tych obiektów. Czy istnieją naprawdę? Czy istnieją tylko w umyśle matematyków lub fizyków?

Courant przy okazji definiowania liczb niewymiernych stwierdza, że słuszne jest stanowisko polegające „na odrzuceniu naiwnego podejścia »realistycznego«, uznającego twory matematyczne za rzeczy »same w sobie«”, których własności pokornie badamy; w zamian uznaje się, że istnienie tworów matematycznych polega jedynie na ich własnościach matematycznych i za-

[6] I. Stewart, D. Tall, *Podstawy matematyki*, Warszawa 2017, s. 377.

[7] S. Hildebrandt, A. Tromba, *The Parsimonious Universe*, Springer-Verlag Inc. New York, 1996, s. 148.

[8] R. Courant, *Matematyka w świecie współczesnym*, [w:] *op. cit.*, s. 12.

leżnościach wiążących je między sobą. Te zależności i własności wyczerpują możliwości wejścia danego tworu w dziedzinę działalności matematycznej. Odstępujemy od matematycznej »rzeczy samej w sobie«, tak jak fizycy odstąpili od niedającego się zaobserwować eteru. Takie jest »istotne« znaczenie definicji liczby niewymiernej jako granicy ciągu zstępującego przedziałów o końcach wymiernych”[9]. Czy zatem obiekty matematyczne mają jakiekolwiek odniesienie do jakiegokolwiek świata? Według formalistów, z Hilbertem na czele, „istnienie matematyczne” oznacza bycie „wolnym od sprzeczności”. W rozdziale *Równoległość i nieskończoność* Courant pisze: „w geometrii traktowanej jako system matematyczny, potrzebujemy pewnych reguł operowania pojęciami podstawowymi, jak np. łączenia punktów prostymi, wyznaczania punktów przecięcia prostych itd. Z logicznego punktu widzenia »punkt« nie jest »rzeczą samą w sobie«, lecz jest określony w zupełności przez ogół sądów, w których jest on powiązany z innymi przedmiotami. Istnienie matematyczne »punktów w nieskończoności« zostanie zapewnione, gdy ustalimy w sposób jasny i niesprzeczny własności matematyczne tych przedmiotów, tzn. ich stosunek do zwykłych przedmiotów i stosunki pomiędzy sobą. Zwykłe aksjomaty geometrii (np. aksjomaty Euklidesa) są abstrakcjami świata fizycznego linii kreślonych ołówkiem lub kredą, naciągniętych strun, promieni świetlnych, sztywnych prętów itd. Własności, które te aksjomaty nadają punktom i prostym matematycznym, są wysoce uproszczonymi i wyidealizowanymi opisami zachowania się ich fizycznych odpowiedników”[10]. Courant należy do mniejszości matematyków, która nie przyznaje się do platonizmu.

Dużo ważniejsze dla Couranta są pytania natury epistemologicznej. W jaki sposób dochodzimy do istoty matematyki? Jak zdobywamy czy też konstruujemy i budujemy gmach matematycznej wiedzy? Najważniejsze jest wzajemne oddziaływanie: ogólnego i szczególnego, dedukcji i interpretacji, logiki i wyobraźni. Dowolny aspekt może dominować w szczególnym wyniku, ale dalekosiężna teoria musi zawierać je wszystkie. Courant przyrównuje postępowanie matematyka do lotu:

- start od konkretów;
- uwolnienie się od balastu konkretów poprzez abstrakcję;
- prowadzenie „obserwacji” na wysokim poziomie abstrakcji;
- powrót i osiągnięcie świeżo spenetrowanych obszarów indywidualnej rzeczywistości.

9 R. Courant, H. Robbins, *op. cit.* (*Co to jest matematyka?*), s. 86.
10 *Ibidem*, s. 187.

Courant uważa, że model ścisłej dedukcji matematycznej stanowi najbardziej atrakcyjną postać, w jaką często można ująć produkt końcowy myśli matematycznej. „Jeżeli skrystalizowana forma dedukcyjna jest celem, to intuicja i konstrukcja są co najmniej siłami kierującymi. Poważne niebezpieczeństwo dla samego życia nauki tkwi w twierdzeniu, że matematyka jest tylko systemem wniosków wyprowadzonych z definicji i postulatów, które muszą być niesprzeczne, ale zależne tylko od swobodnego uznania matematyków (…). Byłaby to gra definicjami, regułami i sylogizmami, bez żadnego uzasadnienia ani celu. Pogląd, że umysł może tworzyć sensowne układy postulatów zależnie od upodobania, jest zwodniczą połową prawdy. Tylko pod rygorem odpowiadania organicznej całości, tylko wiedziona przez wewnętrzną konieczność może swobodna myśl osiągać wyniki o wartości naukowej”[11] – pisze.

Courant zwraca uwagę, że myślenie konstruktywne kierowane przez intuicję jest prawdziwym źródłem dynamiki w matematyce. Chociaż postać aksjomatyczna jest ideałem, niebezpiecznym złudzeniem jest pogląd, że aksjomatyka stanowi istotę matematyki. Konstruktywna intuicja wnosi do matematyki element niededukcyjny i irracjonalny, który powoduje, że można ją porównać z muzyką i sztuką. Można domniemywać, że Courantowi nieobce były poglądy Henri Bergsona – twórcy intuicjonizmu. Z drugiej strony, nie możemy zapominać, że Courant jako matematyk nie mógł i nie chciał rezygnować z metod rozwijanych w matematyce, które wymagały ścisłego rozumowania i niepoddawania się nastrojom chwili. Chwila może dać natchnienie, lecz pomysł, który natchnął matematyka, musi być poddany ostrym rygorom metody aksjomatycznej.

Kim więc był Richard Courant? Z jednej strony był bliskim współpracownikiem Davida Hilberta, z drugiej z sympatią wypowiada się o twórcy intuicjonizmu Brouwerze jako twórcy nowoczesnej topologii[12]. Niewątpliwie Courantowi najbliżej do formalistycznych poglądów Davida Hilberta, którego przez całe życie darzył szacunkiem. Jednocześnie zdawał sobie sprawę, zwłaszcza po opublikowaniu prac Gödla, że marzenie Hilberta, iż „musimy wiedzieć, będziemy wiedzieć”, nie do końca ma szansę na realizację. Na pewno nie był intuicjonistą, gdyż zdawał sobie sprawę, że rygorystyczne przestrzeganie zasad intuicjonizmu eliminuje całą matematykę infinitystyczną. Courant jako formalista akcentował bardziej niż inni naturalne doświadczenie intuicyjne. Oprócz bycia „czystym” matematykiem, poświęcił mnóstwo pracy, energii i czasu na zagadnienia matematyki stosowanej. Był specjalistą od równań cząstkowych oraz metody elementów skończonych, które

[11] *Ibidem*, s. 22.

[12] R. Courant, *op. cit.* (*Matematyka w świecie współczesnym*), s. 28.

dały początek analizie numerycznej. Stąd jego potrzeba zwracania uwagi na rolę intuicji, która jest bardzo przydatna, gdy poruszamy się po obrzeżach matematyki i nauk przyrodniczych. Jednocześnie intuicja w matematyce na nic się zda, jeśli nie jest podbudowana solidnym fundamentem wiedzy i umiejętności.

Courant był czynny zawodowo, gdy komputery – w porównaniu z dzisiejszymi – miały jeszcze ograniczone możliwości obliczeniowe. Pozwolę sobie zacytować program sformułowany przez współczesnego matematyka Jonathana Borweina. Otóż, „matematyka eksperymentalna to pewna metoda uprawiania matematyki, której zadaniem jest:

- zdobyć dogłębne zrozumienie, wgląd (*insight*) w dany problem i intuicję;
- odkryć nowe prawidłowości oraz powiązania;
- przy użyciu możliwości graficznych komputera sugerować głębsze, ukryte, leżące u podstaw reguły matematyczne;
- testować (niedowiedzione) założenia, a w szczególności szukać kontrprzykładów;
- zbadać znaleziony wynik w celu odpowiedzi na pytanie, czy jest on wart formalnego dowodu;
- zasugerować podejście do takiego formalnego dowodu;
- unikać długich, nużących obliczeń, zastępując je rachunkami komputerowymi;
- weryfikować wyniki znalezione analitycznie”[13].

Czy pod tymi słowami mógłby się podpisać Richard Courant? Pewnie dołożyłby weryfikację wyników matematycznych z doświadczeniem fizycznym (jeśli jest to możliwe).

Richarda Couranta, ze względu na osiągnięcia i poglądy, można by nazwać jednym z praojców matematyki eksperymentalnej, któremu nie dane było ze względu wiek doczekać rozwoju matematyki eksperymentalnej w obecnej postaci. Być może eksperymentowanie w matematyce wróci do łask. Połączenie eksperymentowania ze ścisłością rozumowania mogłoby dać matematyce nowe możliwości rozwoju, a zarazem rozwoju ludzkiej kultury, której matematyka jest nieodzowną częścią.

mgr Jacek Piotrowski *jest nauczycielem fizyki i matematyki w Zespole Szkół Nr 1 w Rzeszowie, doktorantem w Katolickim Uniwersytecie Lubelskim Jana Pawła II.*

[13] J. Borwein, D. Bailey, *Mathematics by Experiment. Plausible Reasoning in the 21st Century*, 2004, cyt. za: K. Maślanka, *Matematyka eksperymentalna. Kilka refleksji historyka nauki*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce”, LVIII/2015, s. 128.